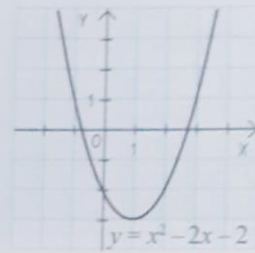


9. Punkty charakterystyczne paraboli $y = ax^2 + bx + c$

PRZYKŁAD 1

Podaj współrzędne punktu, w którym parabola $y = x^2 - 2x - 2$ przecina oś OY .

Dla $x = 0$ funkcja $y = x^2 - 2x - 2$ przyjmuje wartość równą -2 , zatem parabola $y = x^2 - 2x - 2$ (patrz rysunek obok) przecina oś OY w punkcie $(0, -2)$.



Parabola $y = ax^2 + bx + c$ przecina oś OY w punkcie $(0, c)$.

Ćwiczenie 1

Podaj współrzędne punktu, w którym parabola przecina oś OY .

a) $y = 4x^2 - 6x - 9$

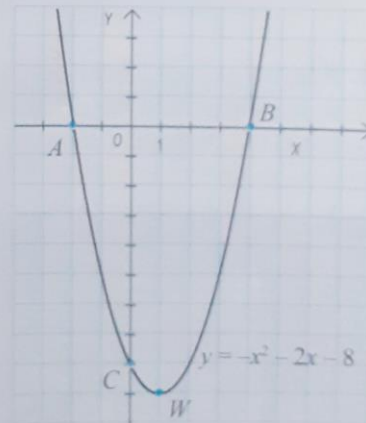
b) $y = -6x^2 + 5x + \frac{1}{2}$

c) $y = \frac{1}{4}x^2 + 8x$

PRZYKŁAD 2

Przedstawiona na rysunku parabola dana jest równaniem $y = x^2 - 2x - 8$. Punkty charakterystyczne:

- punkty $A(-2, 0)$ i $B(4, 0)$, w których parabola przecina oś OX . Można je wyznaczyć, rozwiązując równanie $x^2 - 2x - 8 = 0$;
- punkt $C(0, -8)$, w którym parabola przecina oś OY . Można go wyznaczyć, podstawiając $x = 0$ do wzoru funkcji;
- punkt $W(1, -9)$ – wierzchołek paraboli. Można go wyznaczyć, korzystając ze wzorów $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-\Delta}{4a}$.



Znając punkty charakterystyczne paraboli, możemy ją naszkicować. Należy pamiętać, że jest to krzywa „gładka” mająca oś symetrii.

Ćwiczenie 2

Wyznacz wierzchołek, punkt przecięcia z osią OY oraz punkty przecięcia z osią OX danej paraboli. Zaznacz te punkty w układzie współrzędnych i naszkicuj parabolę.

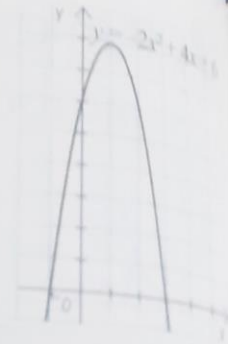
a) $y = x^2 + 2x - 3$

b) $y = 2x^2 - 4x - 6$

c) $y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$

ZADANIA

1. Na rysunku obok przedstawiono parabolę daną równaniem $y = -2x^2 + 4x + 6$.



- Podaj punkty przecięcia tej paraboli z osią OY .
- Podaj punkt przecięcia tej paraboli z osią OX .
- Podaj wierzchołek tej paraboli.
- Uzasadnij, że punkt $(4, -8)$ nie należy do tej paraboli.

2. W tabeli poniżej podano punkty charakterystyczne paraboli. Zaznacz te punkty w układzie współrzędnych i naszkicuj tę parabolę.

	Równanie paraboli	Wierzchołek paraboli	Punkt przecięcia z osią OY	Punkty przecięcia z osią OX
a)	$y = x^2 + 2x - 8$	$W(-1, -9)$	$C(0, -8)$	$A(-4, 0), B(2, 0)$
b)	$y = \frac{1}{4}x^2 - x - 3$	$W(2, -4)$	$C(0, -3)$	$A(-2, 0), B(6, 0)$
c)	$y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3$	$W(-2, 4)$	$C(0, 3)$	$A(-6, 0), B(2, 0)$

3. Wyznacz punkty charakterystyczne paraboli i naszkicuj tę parabolę.

a) $y = -x^2 - 2x + 3$

b) $y = \frac{1}{4}x^2 + x - 3$

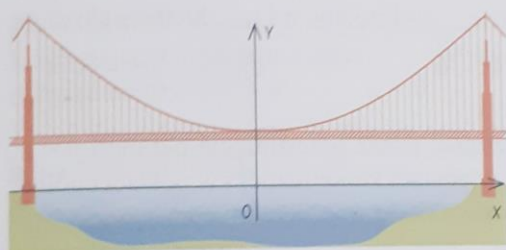
c) $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$

4. Krzywa mająca kształt paraboli (lub podobny do paraboli) może być wykorzystana w budownictwie lub architekturze. Na zdjęciu Exchange House [czyt.: iksezeindź haus] w Londynie.



Krzywa przedstawiona na rysunku obok może być opisana wzorem $y = -0,025x^2 + 2x$ (wszystkie odległości podane są w metrach). Znajdź długość odcinka OB .

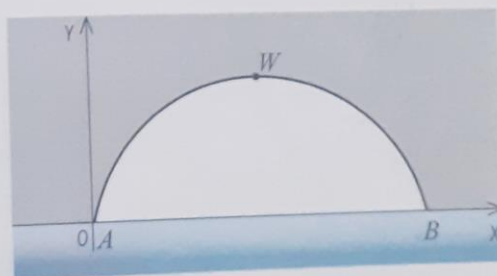
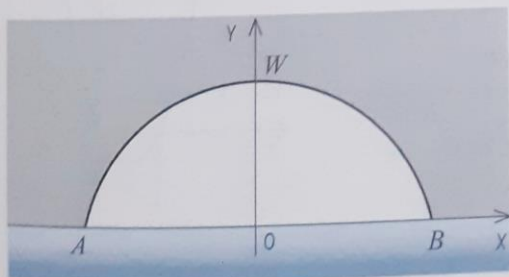
5. Liny podtrzymujące most wiszący mają kształt zbliżony do paraboli (na zdjęciu most Golden Gate [czyt.: golden geit] w San Francisco [czyt.: san francisko]). Równanie tej paraboli zależy od sposobu umieszczenia jej w układzie współrzędnych. Poniżej przedstawiamy dwie możliwości (oś OX położona jest na poziomie wody). Wszystkie wielkości podane zostały w metrach. Jak wysoko nad poziomem wody znajduje się most?



I. $y = 0,00038x^2 + 75$

II. $y = 0,00038x^2 - 0,486x + 230$

6. Łuk przęsła mostu ma kształt paraboli. Równanie tej paraboli podano w zależności od sposobu jej umieszczenia w układzie współrzędnych (patrz rysunek I i II), wszystkie wielkości wyrażone są w metrach.



I. $y = -\frac{1}{9}x^2 + 4$

II. $y = -\frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{3}x$

- Ile wynosi szerokość rzeki przepływającej pod mostem (długość odcinka AB)?
- Czy pod mostem przepływnie żaglówka, jeśli najwyższy położony punkt masztu znajduje się 4,5 m nad powierzchnią wody?

Zadania można rozwiązać jak ktoś potrzebuje potrenować, ale proszę NIE przysyłać mi zadań z tego tematu.