

RODZAJE UKŁADÓW RÓWNAŃ

Wyróżniamy trzy rodzaje układów równań:

- oznaczony
- nieoznaczony
- sprzeczny

Układ oznaczony	Układ nieoznaczony	Układ sprzeczny
$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ -4x + 5y = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} 5x + 4y = 2 \\ 5x + 4y = 2 \end{cases}$ $0 = 0$	$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$ $0 \neq 1$
1 Rozwiązanie	Nieskończenie wiele rozwiązań	Brak rozwiązań

matfiz24.pl

Tak jak widać na powyższym schemacie, **układ oznaczony** ma jedno rozwiązanie, czyli istnieje tylko jedna para liczb x i y , które spełniają dany układ równań. W powyższym przykładzie jest to para: $x=1$ oraz $y=2$, które uzyskujemy rozwiązując układ równań.

[Przypominam co znaczy, że dana para liczb spełnia układ równań: Dana para liczb spełnia układ równań, gdy po podstawieniu tych liczb w miejsce x i y otrzymamy, że lewa strona pierwszego równania jest równa prawej stronie równania oraz że lewa strona drugiego równania jest równa prawej stronie drugiego równania.]

O **układzie nieoznaczonym** mówimy wówczas, gdy podczas obliczeń niewiadome x i y zredukują się (wyzerują) i otrzymamy, że lewa strona równa się prawej (w zadaniu: $0=0$). Oznacza to, że taki układ równań **ma nieskończenie wiele rozwiązań** czyli że jest nieskończenie wiele par liczb, które spełniają podany układ równań.

Jeżeli w trakcie rozwiązywania układu równań znowu niewiadome się zredukują ALE otrzymamy sprzeczność bowiem lewa strona NIE będzie równała się prawej stronie (w przykładzie: $0 \neq 1$), to taki układ równań będzie **układem sprzecznym** czyli **nieposiadającym rozwiązań** – nie istnieje taka para liczb, która spełniałaby dany układ równań.

Proszę zapoznać się z poniższym filmikiem:

<https://www.youtube.com/watch?v=gvgVN8c2wTU>

Przykład – układ oznaczony

PRZYKŁAD 2
Rozwiąż układ równań $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$ metodą przeciwnych współczynników.

KROK 1 Mnożymy pierwsze równanie przez 2, aby otrzymać przy niewiadomej y liczby przeciwne:

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \quad | \cdot 2 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$$

KROK 2 Dodajemy równania stronami:

$$\begin{array}{r} 4x + 2y = 14 \\ + \quad 5x - 2y = 4 \\ \hline 4x + 2y + 5x - 2y = 14 + 4 \end{array}$$

KROK 3 Rozwiązujemy równanie:

$$\begin{aligned} 4x + 2y + 5x - 2y &= 14 + 4 \\ 9x &= 18 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

KROK 4 Podstawiamy do pierwszego równania $x = 2$:

$$\begin{cases} x = 2 \\ 2 \cdot 2 + y = 7 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Rozwiązaniem układu równań jest para liczb $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

Przykład – układ nieoznaczony

PRZYKŁAD 4
Rozwiąż układ równań $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ -6x + 2y = -10 \end{cases}$

ROZWIĄZANIE

$$\begin{cases} 3x - y = 5 \quad | \cdot 2 \\ -6x + 2y = -10 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 6x - 2y = 10 \\ -6x + 2y = -10 \end{cases}$$

$$0 = 0$$

Ostatnia równość oznacza, że jest nieskończenie wiele par liczb, które spełniają dany układ równań. Każda para liczb spełniająca jedno równanie spełnia również drugie. Jest to układ nieoznaczony.

Przykład – układ sprzeczny

PRZYKŁAD 3
Rozwiąż układ równań $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -4x + 2y = 7 \end{cases}$

KROK 1 Mnożymy pierwsze równanie przez 2:

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \quad | \cdot 2 \\ -4x + 2y = 7 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ -4x + 2y = 7 \end{cases}$$

KROK 2 Dodajemy równania stronami:

$$\begin{array}{r} 4x - 2y = 6 \\ + \quad -4x + 2y = 7 \\ \hline 0 = 13 \quad \text{sprzeczność} \end{array}$$

Uzyskana sprzeczność oznacza, że żadna para liczb nie spełnia danego układu równań. Jest to układ sprzeczny.

Zadanie – podpunkt a) jest do zrobienia dla wszystkich uczniów, podpunkty b) i c) dla uczniów chętnych.

Rozwiąż układ równań dowolną metodą i zapisz jaki jest to rodzaj układu równań .

a)
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ -3x - 3y = -6 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ -9x + 6y = 10 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 4x + 3y = 9 \\ -x + 5y = 2 \end{cases}$$

POWODZENIA 😊